© **harald@ziebarth-net.de**
☏ **0 22 27 / 925 355**

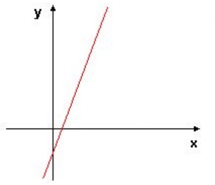
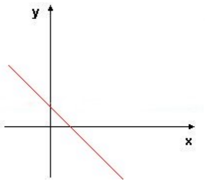
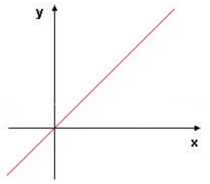
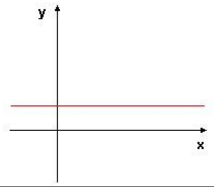
Lineare Funktionen (Definition, Graf)

Eine Funktion f mit der Gleichung f(x) = m·x + b. (m, b ∈ R) heißt „lineare Funktion". Ihr Graf ist immer eine Gerade.

Andere (gleichwertige) Schreibweisen sind: f: x ↦ m·x + b oder y = m·x + b.

Beispielfunktionen

f(x) = = 2·x - 1	f(x) = - x + 1	f(x) = x	f(x) = 1

Ist die Geradengleichung nach der abhängigen Variablen y aufgelöst, spricht man von der expliziten (= entwickelten) Form:

Normalform

Eine Gleichung der Form y = m·x + b heißt „Normalform der Geradengleichung".

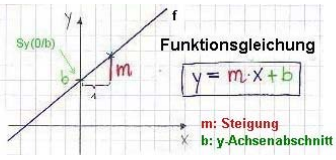
Stehen die beiden Variablen x und y gleichwertig auf einer Seite der Gleichung, handelt es sich um die implizite Schreibweise, z.B. 3·x + 2·y = 8:

Allgemeine Form

Eine Gleichung der Form ax + by + c = 0 heißt „allgemeine Form der Geradengleichung".

(Für **b ≠ 0** ist $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$. Für **b = 0** und a ≠ 0 ist $x = -\frac{c}{a}$ eine Parallele zur y-Achse => keine Funktion!)

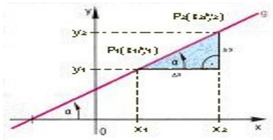
Funktionsgleichung



Eine Gerade mit der Funktionsgleichung y = m·x + b hat die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b.

Steigung m (Neigung, Anstieg)

Differenzenquotient



Laut Steigungsdreieck gilt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Die Steigung m der Funktionsgleichung wird auch als Neigung oder Anstieg bezeichnet.

Der Bruch (= Quotient), der die Steigung definiert, enthält im Zähler und Nenner **D**ifferenzen (Δ = **D**elta), weshalb man **m** auch den **Differenzenquotienten** nennt.

m > 0: Gerade streng monoton steigend
m < 0: Gerade streng monoton fallend
m = 0: Gerade parallel zur x-Achse (konstante Funktion y = b)

y-Achsenabschnitt b

Der Schnittpunkt S_y der Geraden mit der y-Achse wird durch den Achsenabschnitt b charakterisiert: $S_y(0|b)$

Steigungswinkel α (Neigungswinkel)

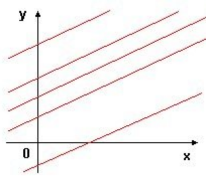
Der Steigungswinkel α zwischen der Geraden und der x-Achse gilt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{Gegenkathete}(\alpha)}{\text{Ankathete}(\alpha)} = \tan(\alpha) \Rightarrow \quad m = \tan(\alpha) \quad \text{bzw.} \quad \alpha = \arctan(m)$$

Orthogonalität

Zwei Geraden g_1, g_2 stehen senkrecht (= orthogonal) aufeinander, wenn das Produkt ihrer Steigungen „-1" ergibt: $g_1 \perp g_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad m_\perp = -\frac{1}{m}$.

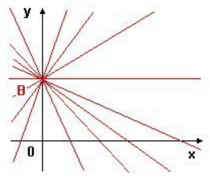
Parallelenschar



Die Funktionenschar $f_t(x)$ = mx + t (mit dem Parameter t) stellt eine Parallelenschar dar.

Alle Geraden besitzen die gleiche Steigung m, mit variablem Achsenabschnitt t.

Geradenbüschel



Die Funktionenschar $f_t(x)$ = tx + b ergibt ein Geradenbüschel.

Alle Geraden besitzen den gleichen y-Achsenabschnitt b, durch den Büschelpunkt B(0|b), mit variabler Steigung t.

Die Funktionenschar $f_t(x) = t\,(x - x_B) + y_B$ ist ein Geradenbüschel durch den Büschelpunkt $B(x_B \mid y_B)$.

Nullstelle

Lineare Funktionen besitzen eine Nullstelle $N(-\frac{b}{m} \mid 0)$ (für m ≠ 0) oder keine Nullstelle (für m=0 und b ≠ 0). Der Sonderfall y=0 (für m=0 und b=0) beschreibt die x-Achse selbst.